

Prof. Burkhart Wolff
wolff@lri.fr

T. Balabonski, D. Gallois-Wong, H. Brabra
blsk@lri.fr, diane.gallois-wong@lri.fr,
hayet.brabra@telecom-sudparis.eu

TD 8 - Preuve de programmes

Semaine du 19 novembre 2018

Exercice 1

Dériver les triplets de Hoare suivants en utilisant les règles d'inférence introduites dans le cours. Rappel : toutes les variables sont des entiers.

1. $\vdash \{x \leq 0\} \ y := x+2 \ \{y \leq 2\}$
2. $\vdash \{x \leq 0\} \ x := x-1 \ \{x < 0\}$
3. $\vdash \{x \geq 0\} \ \text{WHILE } x \geq 0 \ \text{DO } x := x-1 \ \{x = -1\}$
4. $\vdash \{a = x \wedge b = y\} \ a := a + b; \ b := a - 2*b; \ a := a * b \ \{a = x^2 - y^2\}$
5. $\vdash \{i = 8\} \ \text{WHILE } i < 5 \ \text{DO } i := 2*i \ \{i \geq 5\}$

Exercice 2

On considère le programme Prog suivant :

```
IF x > y
THEN max := x
ELSE max := y
```

Quelles sont les pré et post-conditions de ce programme ? Démontrer la validité du triplet de Hoare correspondant.

Exercice 3

On considère le programme Prog suivant :

```
WHILE y != x DO
  x := x - 1;
  y := y - 2;
```

1. Quelles sont les pré et post-conditions de ce programme ?
2. Quel est l'invariant de la boucle ?
3. Démontrer la validité du triplet de Hoare correspondant à ce programme.
4. Donner un variant pour la boucle WHILE, c'est-à-dire une expression toujours positive et qui décroît strictement à chaque tour de boucle.

Exercice 4

On veut prouver que le programme suivant calcule X^N pour $N \geq 0$.

```
S := 1;
P := N;
WHILE P >= 1 DO
  S := S * X;
  P := P - 1;
```

1. Écrire la spécification du programme sous forme de pré et post-conditions.
2. Quel est le triplet de Hoare à prouver ?
3. Trouver un invariant pour la boucle WHILE, puis donner la preuve de la deuxième partie du programme.
4. Donner la preuve de la première partie du programme $S:=1; P:=N$ pour terminer la preuve du programme.
5. Donner un variant pour la boucle WHILE.