

TD 4

Test Fonctionnel

Bu 3.10.20

- Exo 1:
 - Spec et Test de middle.

- Version 1:

```
<definition premiddle(x,y,z::int) ≡ x≠y ∧ y≠z ∧ x ≠ z  
  
definition max (x,y) ≡ if x ≤ y then y else x  
definition min (x,y) ≡ if x ≤ y then x else y  
  
definition postmiddle(x,y,z, r::int) ≡ r < max(max(x,y),z) ∧  
r > min(min(x,y),z) ∧  
r ∈ {x,y,z}  
>
```

- Exo 1:
 - Spec et Test de middle.

- Version 2:

```
<definition premiddle(x,y,z::int) ≡ x≠y ∧ y≠z ∧ x ≠ z
```

```
definition postmiddle(x,y,z, r::int) ≡ (r=x ∨ r=y ∨ r=z) ∧  
                                         (x<r ∨ y<r ∨ z<r) ∧  
                                         (x>r ∨ y>r ∨ z>r)
```

- ... ce qui est un peu plus compact et plus proche au DNF.

- Exo 1:

- L'appel `middle(x,y,z) = r` correspond a notre test objectif (semantique MOAL) :

`premiddle(x,y,z::int) ∧ postmiddle(x,y,z, r::int)`

- Observation: la pre est deja en DNF , mais la post correspond au probleme :

`DNF((A1 ∨ A2 ∨ A3) ∧ (B1 ∨ B2 ∨ B3) ∧ (C1 ∨ C2 ∨ C3))`

- Ca donne combien des combinaisons ? ben, $3^3 = 27$!

`((A1 ∧ B1 ∧ C1) ∨ ... ∨ (A3 ∧ B3 ∧ C3))`

... si on applique des abbreviations:

`A1 ↦ r=x, A2 ↦ r=y , A3 ↦ z ...`

- Exo 1:

- Beaucoup des combinaisons dans les conjoins sont contradictoires comme:

$$(A_1 \vee B_1 \vee C_1) \equiv r = x \wedge x < r \wedge x > r \equiv \text{False}$$

- Observation: en fait: il ne faut pas prendre 2 elements de la meme colonne dans la matrice:

$$\begin{aligned} & (r=x \vee r=y \vee r=z) \wedge \\ & (x<r \vee y<r \vee z<r) \wedge \\ & (x>r \vee y>r \vee z>r) \end{aligned}$$

- Exo 1:

- Beaucoup des combinaisons dans les conjoins sont contradictoires comme:

$$(A_1 \vee B_1 \vee C_1) \equiv r = x \wedge x < r \wedge x > r \equiv \text{False}$$

- Observation: en fait: il ne faut pas prendre 2 elements de la meme colonne dans la matrice:

$$\begin{aligned} & (r=x \vee r=y \vee r=z) \wedge \\ & (x<r \vee y<r \vee z<r) \wedge \\ & (x>r \vee y>r \vee z>r) \end{aligned}$$

- Exo 1:

- Alors: la DNF de la post doit etre:

$$\begin{aligned} & (A_1 \wedge B_2 \wedge C_3) \vee (A_1 \wedge B_3 \wedge C_2) \vee \\ & (A_2 \wedge B_1 \wedge C_3) \vee (A_2 \wedge B_3 \wedge C_1) \vee \\ & (A_3 \wedge B_1 \wedge C_2) \vee (A_3 \wedge B_2 \wedge C_1) \end{aligned}$$

≡

$$\begin{aligned} & (r=x \wedge y < r \wedge z > r) \vee (r=x \wedge y > r \wedge z < r) \vee \\ & (r=y \wedge x < r \wedge z > r) \vee (r=y \wedge x > r \wedge z < r) \vee \\ & (r=z \wedge x < r \wedge y > r) \vee (r=z \wedge x > r \wedge y < r) \end{aligned}$$

... et pour notre test-objectif dans l'ensemble on a:

$$\begin{aligned} & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=x \wedge y < r \wedge z > r) \vee \\ & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=x \wedge y > r \wedge z < r) \vee \\ & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=y \wedge x < r \wedge z > r) \vee \\ & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=y \wedge x > r \wedge z < r) \vee \\ & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=z \wedge x < r \wedge y > r) \vee \\ & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=z \wedge x > r \wedge y < r) \end{aligned}$$

- Exo 1:

- Donc, le JEU DE TEST suivant couvre la DNF du spec de “middle”:

x		y		z		r
2		1		3		2
2		3		1		2
1		2		3		2
3		2		1		2
3		1		2		2
1		3		2		2

- Exo 1:

- Alors: la DNF de la post doit etre:

$$\begin{aligned}
 & (A_1 \wedge B_2 \wedge C_3) \vee (A_1 \wedge B_3 \wedge C_2) \vee \\
 & (A_2 \wedge B_1 \wedge C_3) \vee (A_2 \wedge B_3 \wedge C_1) \vee \\
 & (A_3 \wedge B_1 \wedge C_2) \vee (A_3 \wedge B_2 \wedge C_1) \\
 \equiv & \\
 & (r=x \wedge y<r \wedge z>r) \vee (r=x \wedge y>r \wedge z<r) \vee \\
 & (r=y \wedge x<r \wedge z>r) \vee (r=y \wedge x>r \wedge z<r) \vee \\
 & (r=z \wedge x<r \wedge y>r) \vee (r=z \wedge x>r \wedge y<r)
 \end{aligned}$$

... et pour notre test-objectif dans l'ensemble (prenant en compte le pre) on a les CAS ABSTRAIT de test:

$$\begin{aligned}
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=x \wedge y<r \wedge z>r) \vee \\
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=x \wedge y>r \wedge z<r) \vee \\
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=y \wedge x<r \wedge z>r) \vee \\
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=y \wedge x>r \wedge z<r) \vee \\
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=z \wedge x<r \wedge y>r) \vee \\
 & (x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z \wedge r=z \wedge x>r \wedge y<r)
 \end{aligned}$$

- Exo 2:
 - Spec de calc_prix.
 - Straight-forward:

```

< definition precalc_prix (A::ℤ, B::ℤ) ≡ A ≥ 0 ∧ B ≥ 0
  definition postcalc_prix (A::ℤ, B::ℤ, r::ℚ) ≡
    if A < 45 then if 5*A+10*B < 200 then r = 5*A+10*B
      else if 5*A+10*B < 1000 then r = (5*A+10*B) * 0.95
      else r = (5*A+10*B) * 0.8
    else if 5*A+10*B < 200 then r = (5*A+10*B) * 0.9
      else if 5*A+10*B < 1000 then r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9
      else r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9
  >

```

Abbreviations:

G \mapsto A < 45

H \mapsto 5*A+10*B < 200

K \mapsto 5*A+10*B < 1000

Rappel:

if c then X else Y \equiv ((c ∧ X) ∨ (¬c ∧ Y))

- Exo 2:

- Pre deja en DNF, mais pas post. On calcule direct en utilisant les abbrevs:

```

if G then if H then r = 5*A+10*B
           else if K then r = (5*A+10*B) * 0.95 else r = (5*A+10*B) * 0.8
           else if H then r = (5*A+10*B) * 0.9
           else if K then r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9 else r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9
≡ if G then if H then r = 5*A+10*B
           else ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8)
           else if H then r = (5*A+10*B) * 0.9
           else ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9)
≡ if G then (H ∧ r = 5*A+10*B) ∨
           (¬H ∧ ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8))
           else (H ∧ r = (5*A+10*B) * 0.9)
           (¬H ∧ ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9))
≡ [G ∧ (H ∧ r = 5*A+10*B) ∨
   (¬H ∧ ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8))]
∨ [¬G ∧
   (H ∧ r = (5*A+10*B) * 0.9)
   (¬H ∧ ( K ∧ r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9 ) ∨ (¬K ∨ r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9))]
≡ ...

```

- Exo 2:
 - Oui, on va y arriver par cette approche, mais on a un peu marre. Y-a t'il une méthode plus directe ?
 - On applique la méthode "predicate abstraction et symbolic execution" présente dans les slides du cours, alors on met G,H, K chacun a True et False dans toutes les combinaisons et simplifie post selon cette affectation.
 - Donc $\{G = \text{True}, H = \text{True}, K = \text{True}\}$, $\{G = \text{True}, H = \text{True}, K = \text{False}\}$, $\{G = \text{True}, H = \text{False}, K = \text{True}\}$... Ca donne:

G	H	K	res
G	\wedge	H	\wedge K $r = 5*A+10*B$
G	\wedge	H	$\wedge \neg$ K $r = 5*A+10*B$
G	\wedge	\neg H	\wedge K $r = (5*A+10*B) * 0.95$
G	\wedge	\neg H	$\wedge \neg$ K $r = (5*A+10*B) * 0.8$
\neg G	\wedge	H	\wedge K $r = (5*A+10*B) * 0.9$
\neg G	\wedge	H	$\wedge \neg$ K $r = (5*A+10*B) * 0.9$
\neg G	\wedge	\neg H	\wedge K $r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9$
\neg G	\wedge	\neg H	$\wedge \neg$ K $r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9$

- Exo 2:

- On se rappelle que:

$$\begin{aligned}
 G &\mapsto (A < 45) \\
 H &\mapsto (5*A+10*B < 200) \\
 K &\mapsto (5*A+10*B < 1000)
 \end{aligned}$$

- Donc, il y a des relations entre G H I qui sont "cachées" par l'abstraction: $H \longrightarrow \neg K$ et $H \longrightarrow G$

- Prenant ca en compte, ca donne (on enlève : $0 \leq A$ et $0 \leq B$ du tableau):

$(A < 45) \wedge (5*A+10*B < 200) \wedge (5*A+10*B < 1000)$		$r = 5*A+10*B$	Ok
$(A < 45) \wedge (5*A+10*B < 200) \wedge \neg(5*A+10*B < 1000)$		$r = 5*A+10*B$	Contradictoire
$(A < 45) \wedge \neg(5*A+10*B < 200) \wedge (5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.95$	Ok
$(A < 45) \wedge \neg(5*A+10*B < 200) \wedge \neg(5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.8$	Ok
$\neg(A < 45) \wedge (5*A+10*B < 200) \wedge (5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.9$	Contradictoire
$\neg(A < 45) \wedge (5*A+10*B < 200) \wedge \neg(5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.9$	Contradictoire
$\neg(A < 45) \wedge \neg(5*A+10*B < 200) \wedge (5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.95 * 0.9$	Ok
$\neg(A < 45) \wedge \neg(5*A+10*B < 200) \wedge \neg(5*A+10*B < 1000)$		$r = (5*A+10*B) * 0.8 * 0.9$	Ok

- Exo 3

- Test objective:

$\text{pre}_{\text{magic_sort}}([a, b]) \wedge \text{post}_{\text{magic_sort}}([a, b], \text{res})$

- DNF derivation:

$\equiv \text{length}([a, b]) = 2 \wedge \text{sort } [a1; a2] = \text{res}$
 $\equiv \text{insert } a1 (\text{insert } a2 []) = \text{res}$
 $\equiv \text{insert } a1 [a2] = \text{res}$
 $\equiv (\text{if } a1 \leq a2 \text{ then } [a1, a2] \text{ else } [a2, a1]) = \text{res}$
 $\equiv \text{if } a1 \leq a2 \text{ then } [a1, a2] = \text{res} \text{ else } [a2, a1] = \text{res}$
 $\equiv (a1 \leq a2 \wedge [a1, a2] = \text{res}) \vee (\neg(a1 \leq a2) \wedge [a2, a1] = \text{res})$

- Exo 3
 - Question 2 par cas et par limite

Question 2-

Cas	Objectif	a1	a2	Résultat
1	$a1 \leq a2 \wedge [a1; a2] = \text{res}$	4	9	[4; 9]
2	$\neg(a1 \leq a2) \wedge [a2; a1] = \text{res}$	12	9	[9; 12]

Limite	Objectif	a1	a2	Résultat attendu
1 à 2	$a1 \leq a2 \wedge [a1; a2] = \text{res}$	9	9	[9; 9]
1 à 2	$\neg(a1 \leq a2) \wedge [a2; a1] = \text{res}$	10	9	[9; 10]
2 à 1	$\neg(a1 \leq a2) \wedge [a2; a1] = \text{res}$	20	19	[19; 20]
2 à 1	$a1 \leq a2 \wedge [a1; a2] = \text{res}$	20	21	[20; 21]